1/1. Házi feladat

1. Legyen p és q igaz vagy hamis matematikai kifejezés. Mutassuk meg, hogy

$$((\neg p) \wedge (p \vee q)) \vee (p \vee \neg q)$$

mindig igaz.

2. Igazoljuk, hogy minden A, B és C halmazra $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ teljesül.

3. Igazoljuk, hogy minden A, B és C halmazra $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$ teljesül.

4. Legyen A halmaz és $(A_i)_{i \in \mathbb{N}}$ halmazrendszer. Igazoljuk, hogy ekkor $A \setminus \left(\bigcap\limits_{i \in \mathbb{N}} A_i \right) = \bigcup\limits_{i \in \mathbb{N}} (A \setminus A_i)$.

5. Mutassuk meg, hogy minden $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ esetén $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{1}{3} n(n+1)(n+2)$.

6. Mutassuk meg, hogy minden $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ esetén $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$.

7. Igazoljuk, hogy ha $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ akkor $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} > \sqrt{n}$.

8. Legyen $a : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ szimmetrikus függvény, azaz minden $i, j \in \mathbb{N}$ esetén $a(i,j) = a(j,i)$. Teljes indukcióval mutassuk meg, hogy minden $n \in \mathbb{N}$ természetes számra

$$\sum_{k,l=0}^{n} a(k,l) = 2 \sum_{0 \leq k < l \leq n} a(k,l) + \sum_{k=0}^{n} a(k,k)$$

teljesül.

Határidő: **2015. 09. 21. 12^{00}**